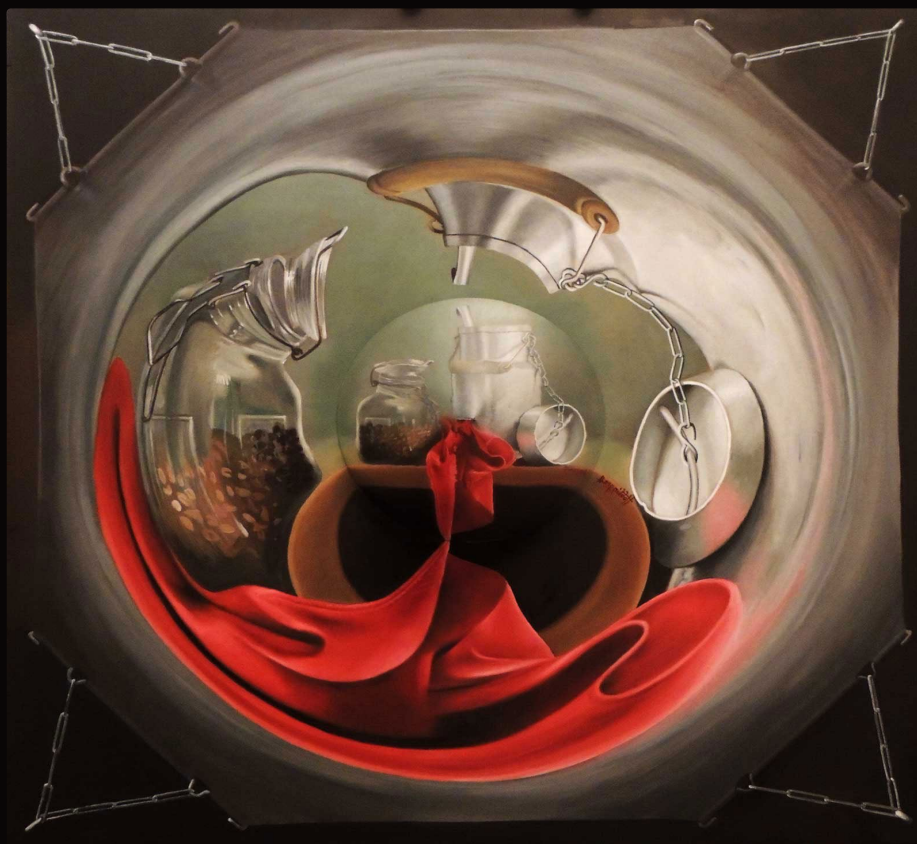


Les Anamorphoses coniques
- Processus d'élaboration -



Anamorphose du pot à lait par André Hoblingre

(glisser votre pointer de souris sur le centre de l'image pour faire apparaître l'anamorphose dans le miroir cône)

Sommaire:

1. Préambule
2. Les anamorphoses/ Définition et un peu d'histoire.
3. Loi de l'optique.
4. Application à l'anamorphose conique.
5. Calculs géométriques.
6. Calculs arithmétiques des valeurs réfléchies.
7. Construction d'une anamorphose.
8. Réalisation de l'anamorphose de l'oeuvre " Le pot à lait "

9. Autre exemple d'application sur l'oeuvre: "La lecture"

10. Liens et téléchargements

1. Préambule

- L'objectif de ce fascicule est de vulgariser et de démystifier la réalisation d'une anamorphose conique.
- Cet exposé est volontairement concis. Il a pour but de montrer à l'artiste le processus d'élaboration d'une anamorphose conique. Certains chapitres n'ont qu'un but pédagogique, vous paraîtront fastidieux, c'est le cas des calculs géométriques du chapitre 6, leurs compréhensions ne sont pas nécessaires, il suffit d'appliquer les résultats.
- Le chapitre 7, à lui seul vous permettra de construire une anamorphose avec précision pour un résultat optimal. L'outil "La règle de report" qui sera défini est essentiel pour la construction de votre oeuvre.
- J'espère que cet exposé retiendra toute votre attention et stimulera votre curiosité. Faites comme moi, osez et lancez-vous, la récompense de votre travail vous sera révélée dans le miroir.
- Pour des renseignements complémentaires vous pouvez utiliser le formulaire de contact de mon site, je vous répondrai avec plaisir.

2. Les Anamorphoses/ Définition / Un peu d'histoire (extraits de Wikipédia)

- Une anamorphose est une déformation réversible d'une image à l'aide d'un système optique, par exemple un miroir courbe ou une transformation mathématique. Le mot dérive du grec ἀναμορφώω, anamorphoein, " transformer ".

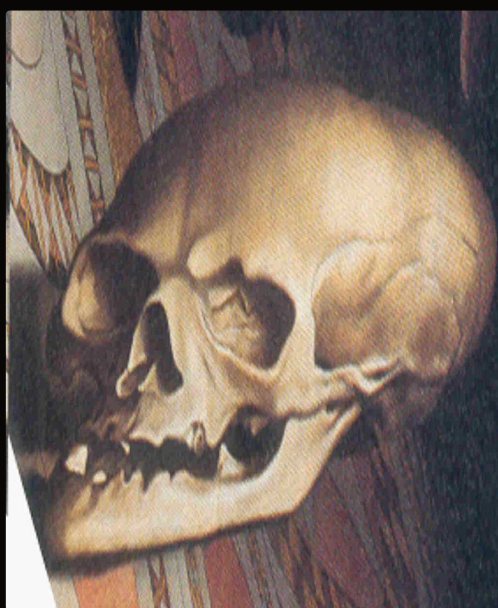


Anamorphose conique de 1842 :
le motif n'est visible que de dessus.

- Certains artistes ont créé par ce procédé des oeuvres déformées qui se recomposent à partir d'un point de vue préétabli.
- Elles sont apparues en Europe au XVI^{ème} siècle. La Renaissance italienne (fin du XIV^{ème}-début du XVI^{ème} siècle) a révolutionnée l'histoire de la représentation en

mettant à jour, en outre, une loi mathématique cruciale. Avec l'invention de la perspective c'est la remise en cause de l'espace qui est en jeu, dans tous les domaines de l'art. La pensée du théoricien Leon Battista Alberti (1404-1472) a été déterminante dans l'éclosion de ce nouvel ordre urbain. Ce nouvel idéal de beauté puise sa source dans l'art antique, en terme classique ; à l'harmonie des parties, à l'idée de proportion. Alberti élaborera ainsi une théorie de la beauté exprimable mathématiquement, jetant la base de la projection architecturale que l'on retrouve dans les édifices romains.

- Parallèlement aux recherches d'Alberti, Filippo Brunelleschi (1377-1446) est considéré comme l'inventeur de la perspective, de la formulation du principe perspectif. En véritable novateur, il laissera une oeuvre architecturale considérable, réalisée pour l'essentiel à Florence, pendant la première moitié du Quattrocento et inventera, dans la foulée, la perspective des futurs peintres de la renaissance (Andrea Mantegna, Piero della Francesca, Masaccio...).



L'anamorphose d'une vanité au premier plan dans "Les Ambassadeurs (1533)" de Hans Holbein le jeune.

- Aujourd'hui encore, des artistes plasticiens utilisent ce procédé dans leurs oeuvres. L'anamorphose est au centre de leur réflexion sur le monde. Une quintessence de la forme, une prouesse technique qui produit du sens et de la poésie comme le dit Jurgis Baltrusaitis dans son ouvrage Anamorphose (1955) :

" Ce procédé est établi comme une curiosité technique, mais il contient une poésie de l'abstraction, un mécanisme puissant de l'illusion optique et une philosophie de la réalité factice. "

- Parmi les peintres qui ont utilisé l'anamorphose, on peut par exemple citer Félix Labisse et Salvador Dalí.

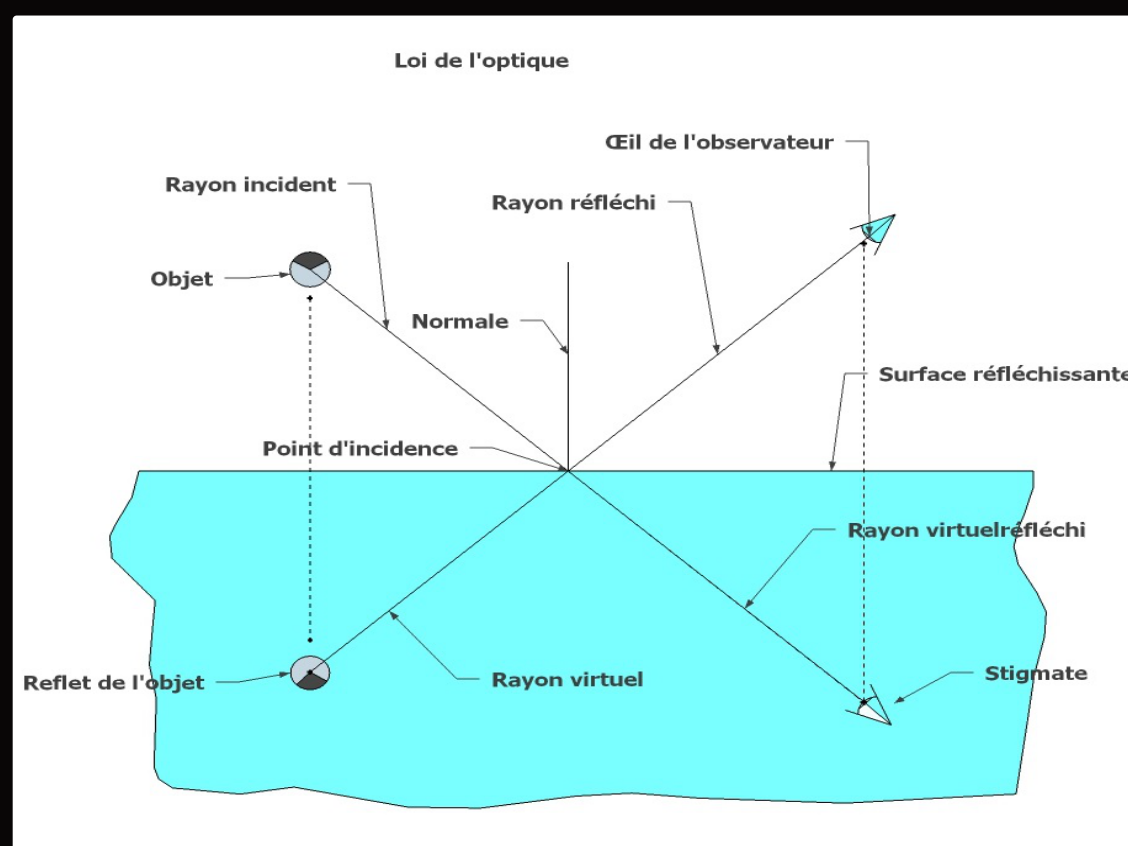
- Les principales utilisations modernes de l'anamorphose interviennent dans le domaine du trompe-l'oeil. Elles consistent à peindre d'une façon déformée, vue d'un point de vue préétabli.

- Voici une remarquable utilisation de cet art pour la décoration de services à thé en porcelaine : C'est "Ici"

3. Loi de l'optique

La loi d'incidence :

- Les rayons réfléchis et incidents forment le même angle de part et d'autre de la normale à la surface de réflexion.
- Pour faciliter la construction nous allons exploiter la symétrie de la figure et faire apparaître le reflet de l'observateur appelé stigmat. Pour le stigmat tout est inversé.
- Nous appliqueront ces règles sur une surface de réflexion conique pour la réalisation de l'anamorphose



4. Application à l'anamorphose conique

La figure 1 : Elle représente le cône de réflexion et l'incidence des rayons sur une génératrice du cône à partir d'un point de vue défini.

La figure 2 : Elle représente plus précisément de profil la géométrie de la projection des différents rayons.

Cette figure va permettre de définir la relation mathématique entre les segments d' (réfléchis) et d (virtuels).

Figure 1

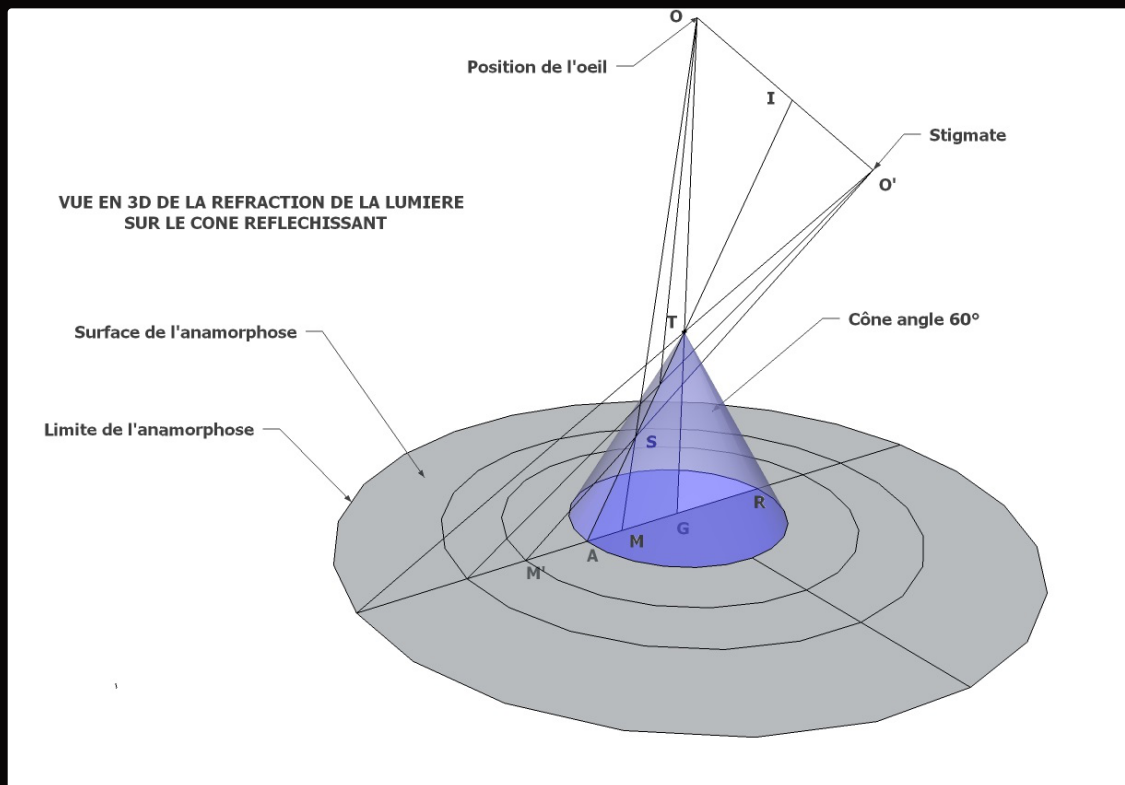
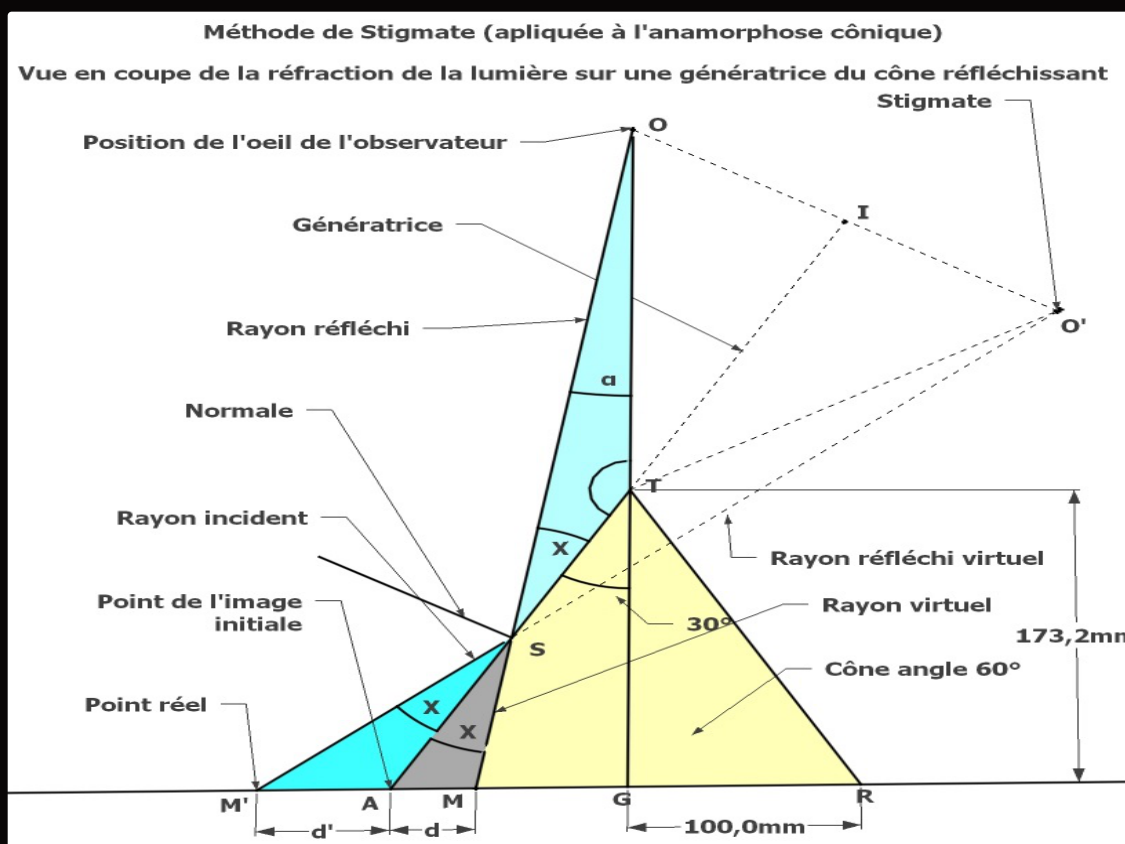


Figure 2



5. Calcul géométrique (figure: 2)

Caractéristiques prédéfinies :

- Cône de réflexion à 60° au sommet avec une base diamètre 200mm.
- La distance de l'œil de l'observateur = 6 x la hauteur du cône.
- L'œil et positionné sur l'axe du cône.

$$\text{Donc } OG = 6 \text{ TG} \quad \underline{\text{TG}} = 100 \sqrt{3} \quad \Leftrightarrow \quad OG = 600 \sqrt{3}$$

Les angles ASM = OST (angles opposés par le sommet)

L'angle OST = angle réfléchi ASM' donc ASM' = ASM = OST

Dans le triangle OST \Leftrightarrow OST + STO + TOS = 180°

Or STO = 150° et TOS = α OST = $180^\circ - 150^\circ - \alpha = 30^\circ - \alpha$

Donc \Leftrightarrow ASM' = ASM = OST = $30^\circ - \alpha$

$$M'AS = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$SM'A = 180^\circ - 30^\circ + \alpha - 120^\circ = 30^\circ + \alpha$$

Loi des sinus :

$$\text{Dans le triangle OST : } \frac{\sin(30^\circ - \alpha)}{AM} = \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{SA} = \frac{\sin(60^\circ)}{SM}$$

$$\text{Dans le triangle M'SA : } \frac{\sin(30^\circ - \alpha)}{AM'} = \frac{\sin(30^\circ + \alpha)}{SA} = \frac{\sin(120^\circ)}{SM'}$$

On fait le quotient des 2 égalités :

$$\frac{M'A}{MA} = \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\sin(30^\circ + \alpha)} \quad \text{or } \sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \text{et } \sin(30^\circ + \alpha) \text{ de la forme : } \sin(a + b)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{M'A}{MA} = \frac{\cos \alpha}{\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{1}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2}{1 + \sqrt{3} \cdot \text{tg } \alpha}$$

$$\text{On pose } d = AM \quad d' = AM' \quad MG = 100 - d \quad \text{tg } \alpha = \frac{MG}{OG} = \frac{100 - d}{600 \sqrt{3}}$$

$$\text{Donc : } \frac{d'}{d} = \frac{2}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{100 - d}{600 \sqrt{3}}} = \frac{2 \cdot 600}{600 + 100 - d} = \frac{1200}{700 - d} \quad \boxed{d' = \frac{1200d}{700 - d}} \quad \text{Pour les caractéristiques définies si dessus.}$$

Remarque : $d' = f(d)$, c'est une fonction homographique avec $0 \leq d \leq 100$ cm pour les caractéristiques définies ci-dessus (base cône diamètre 200 mm et angle du sommet 60°). - Le diamètre extérieur de l'anamorphose est égal à trois fois le diamètre de la base du cône de réflexion. Pour être un peu plus général :

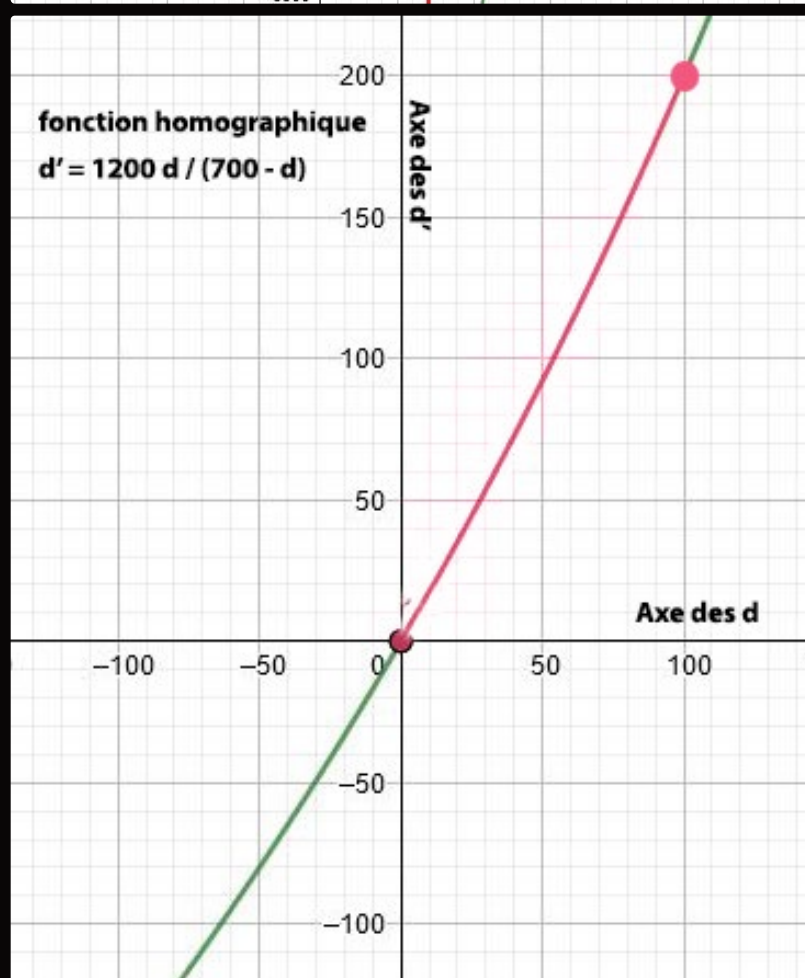
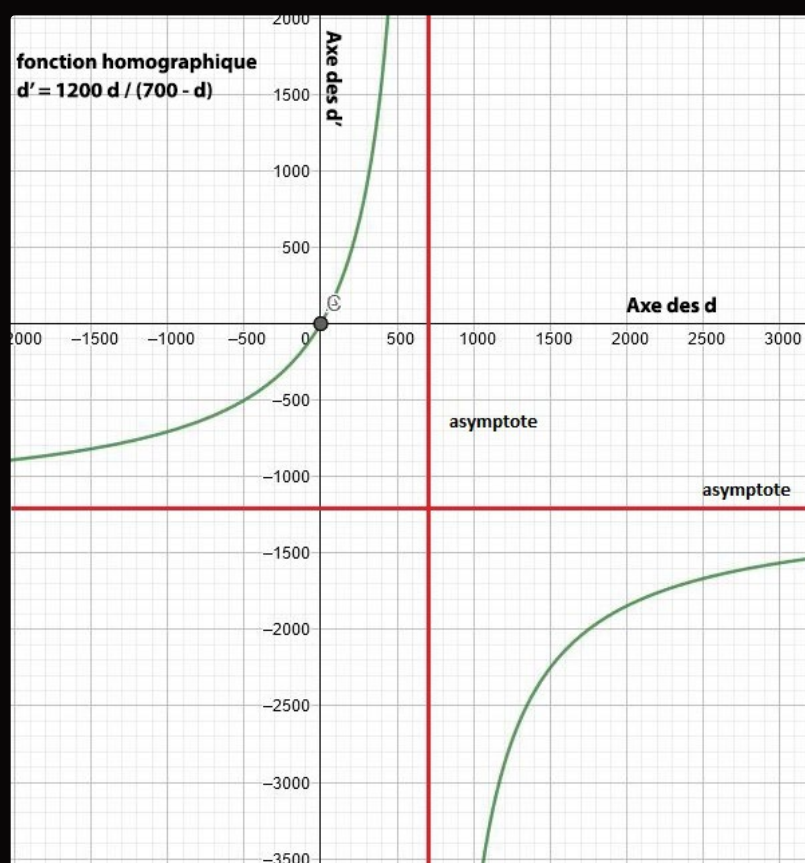
- Avec un cône toujours à 60°
- En posant $OG = K \cdot TG$ K étant un multiple de la hauteur du cône et $x =$ Rayon de la base du cône

$$\text{Tg } \alpha = \frac{MG}{OG} = \frac{x - d}{Kx \cdot \sqrt{3}} \quad \frac{d'}{d} = \frac{2}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{x - d}{Kx \cdot \sqrt{3}}} = \frac{2}{1 + \frac{x - d}{Kx}} = \frac{2}{\frac{Kx + x - d}{Kx}} = \frac{2Kx}{Kx + x - d}$$

$$\text{La relation finale : } \boxed{d' = \frac{2Kxd}{Kx + x - d}} \quad \text{avec } d < x(k+1)$$

- On peut représenter l'équation sous forme de graphe et en agrandissant en rouge dans l'intervalle d de 0 à 100 et les valeurs correspondantes d' .

- On peut remarquer que la progression n'est pas constante (ce n'est pas une droite), par expérience il faut prendre en compte cette variabilité pour obtenir une construction parfaite.



6. Calcul arithmétique des valeurs d et d'

l'observateur précises. Les valeurs de d sont calculées tous les 5mm.

Tableau de calcul des segments d (virtuel) et d' (réfléchi) correspondants									
Cône 60° au sommet - Base diamètre 200 mm - Hauteur 173,2mm					Cône 60° au sommet - Base diamètre 196 mm				
Hauteur Point de vue 3 fois hauteur du cône 173,2x3 = 519,6 mm. Fonction Homographique $d' = 600d / (400 - d)$			Hauteur Point de vue 5 fois la hauteur du cône 173,2x5 = 866 mm. Fonction Homographique $d' = 1000d / (600 - d)$		Hauteur Point de vue 6 fois la hauteur du cône 173,2x6 = 1039,2 mm. Fonction Homographique $d' = 1200d / (700 - d)$		Hauteur Point de vue 6 fois la hauteur du cône 98x1,732x6 = 1018,4 mm. Fonction Homographique $d' = 1176d / (686 - d)$		
d mm	d' mm	écart	d' mm	écart	d' mm	écart	d' mm	écart	
0	0,00		0,00		0,00		0,00		
5	7,59	7,59	8,40	8,40	8,63	8,63	8,63	8,63	
10	15,38	7,79	16,95	8,55	17,39	8,76	17,40	8,76	
15	23,38	7,99	25,64	8,69	26,28	8,89	26,29	8,89	
20	31,58	8,20	34,48	8,84	35,29	9,02	35,32	9,03	
25	40,00	8,42	43,48	9,00	44,44	9,15	44,48	9,16	0
30	48,65	8,65	52,63	9,15	53,73	9,29	53,78	9,30	
35	57,53	8,89	61,95	9,32	63,16	9,43	63,23	9,45	
40	66,67	9,13	71,43	9,48	72,73	9,57	72,82	9,59	
45	76,06	9,39	81,08	9,65	82,44	9,72	82,56	9,74	
50	85,71	9,66	90,91	9,83	92,31	9,86	92,45	9,89	
55	95,65	9,94	100,92	10,01	102,33	10,02	102,50	10,05	
60	105,88	10,23	111,11	10,19	112,50	10,17	112,72	10,21	
65	116,42	10,54	121,50	10,38	122,83	10,33	123,09	10,38	
70	127,27	10,85	132,08	10,58	133,33	10,50	133,64	10,54	
75	138,46	11,19	142,86	10,78	144,00	10,67	144,35	10,72	
80	150,00	11,54	153,85	10,99	154,84	10,84	155,25	10,89	
85	161,90	11,90	165,05	11,20	165,85	11,01	166,32	11,08	
90	174,19	12,29	176,47	11,42	177,05	11,20	177,58	11,26	
95	186,89	12,69	188,12	11,65	188,43	11,38	189,04	11,45	
98	194,70		195,22		195,35		196,00	6,96	
100	200,00	13,11	200,00	11,88	200,00	11,57			
Totaux		200,00	200,00		200,00		196,00		

NOTA: La fonction homographique est issue du calcul géométrique du rapport segment virtuel sur le cône et d' le segment projeté (anamorphose) $M'A/AM = 2/(1+\sqrt{3}\tan\alpha)$ avec $M'A=d'$ et $AM=d$ =rayon de la base cône. **Si le cône de sommet = 60° a une base de rayon x et que la distance de l'oeil est à K fois la hauteur du cône, on a la relation suivante : $d' = 2 \cdot K \cdot x \cdot d / (K \cdot x + x - d)$**

- Ce tableau donne les valeurs de d et d' pour des caractéristiques de cône et position de l'observateur précises.

Les valeurs de d sont calculées tous les 5mm.

Remarque importante :

- Dans la relation $d' = 2 \cdot K \cdot x \cdot d / (K \cdot x + x - d)$ si on considère que l'œil de l'observateur est situé à l'infini, K a une valeur infiniment grande.
- Dans ce cas particulier la relation se simplifie, elle devient $d' = 2 \cdot d$ et le calcul est très simplifié puisque le rapport entre d' et d est constant.
- Je vous déconseille cette simplification, j'en ai fait l'expérience, car l'œil ne sera jamais à une distance infinie et donc la restitution de l'anamorphose dans le cône sera inexacte.
- Nous allons retenir la colonne correspondante à une distance de l'œil de l'observateur de 1039,2 mm, cette distance paraît raisonnable pour observer le reflet de l'anamorphose dans le cône.

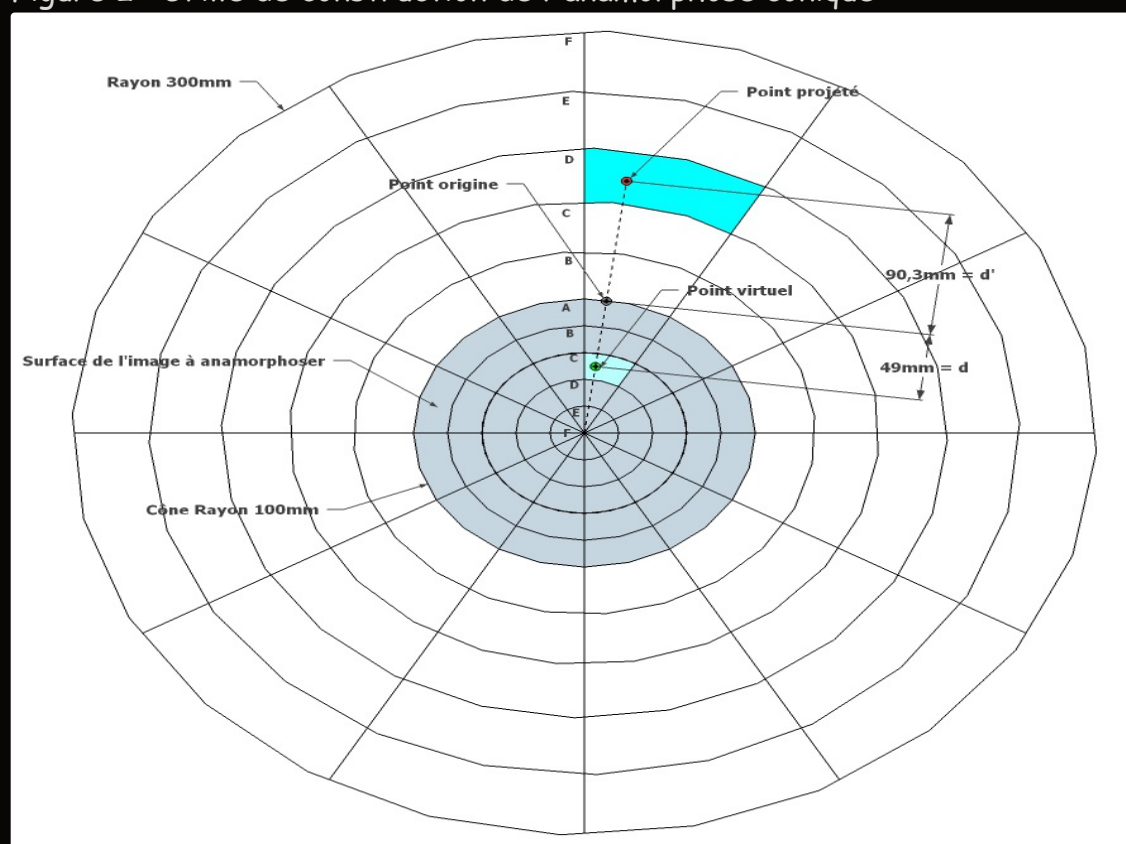
7. Construction suivant les valeurs du tableau

- Le tableau va permettre de réaliser une "règle de report" qui facilitera la construction manuellement point par point de l'anamorphose.
- Pour la réaliser il suffit de l'imprimer à la bonne échelle et de la coller à l'aide d'un adhésif double face sur une règle de 30cm. Allez au chapitre 10 pour la télécharger. Si vous avez des difficultés contactez-moi.
- À gauche du 0 une échelle (d) graduée de 0 à 10 cm et à droite une échelle correspondante de l'anamorphose de 0 à 20 cm pour une progression homographique de 0 à 10 selon le tableau de calculs.

Figure 1: Règle de report



Figure 2 : Grille de construction de l'anamorphose conique



- À noter que pour l'artiste il utilisera la règle de report pour définir les points précis et caractéristiques du dessin de l'anamorphose. Il pourra tracer ensuite au jugé en utilisant les secteurs correspondants à l'image de référence à anamorphoser.

8. Réalisation.

- 1. Fabrication du cône.
Le cône est réalisé en bois avec un angle au sommet de 60° et une base de 200 mm. Un trou est aménagé dans son centre pour recevoir une vis de fixation. Le miroir réfléchissant est obtenu à partir d'un film miroir adhésif. On définit un développé de la surface du cône plus 1 cm pour tenir compte du

recouvrement.

On ne colle le film que sur 1 cm le long d'une génératrice du cône dans la partie de recouvrement et non sur toute la surface. Ce collage partiel permet au film d'avoir la liberté de se détendre au gré de la T° et de l'humidité. Ainsi la surface réfléchissante restera régulière, lisse et sans cloquage.

Le raccordement sur le sommet du cône est réalisé à l'aide d'un petit point de colle compatible avec le film.

- 2. Le support à peindre est réalisé en bois (medium par exemple) avec la préparation adaptée (couches de Gesso pour une peinture à l'huile ou acrylique) . Vous pouvez aussi maroufler une feuille de papier sur le panneau afin d'utiliser un médium tel que le crayon de couleur ou l'aquarelle. La dimension du support doit être carrée ou circulaire (60 X 60 cm) si la base du cône a un Diamètre de 20cm.

Un trou central est réalisé pour fixer le cône réfléchissant sur son axe.

- 3. Coller sur le centre l'image découpée au diamètre 200 mm. Cette image permettra de reporter les mesures sur l'anamorphose.

À noter que plus les points sur l'image sont vers son centre, plus les points correspondant de l'anamorphose sont éloignés du centre.

Avec beaucoup de rigueur et de précision mettre en place les points essentiels du dessin à l'aide de la règle de report. Tracer dans les limites de chaque portion de secteur en respectant les proportions.

- 5. Pour vous aider dans le tracé.

Je vous conseille d'utiliser un programme très utile "AnamorphMe.exe". Il pourra vous restituer l'image approchée de l'anamorphose selon les paramètres que nous avons fixé. Hélas par simplification, l'algorithme de calcul est réalisé avec une position de l'oeil à une distance infinie et comme je l'ai dit c'est inexact.

- 6. Quelque soit le médium utilisé, une couche de vernis de protection sur l'œuvre terminée sera nécessaire.

Exemple:

le pot à lait à anamorphoser (diamètre 200 mm) (Image qui sera restituée sur le miroir conique)



Anamorphose du pot à lait (diamètre 600 mm), avec en son centre son reflet dans le miroir conique





9. Autre exemple d'oeuvre: "La lecture" avec son reflet dans le cône central



Nota: Cette oeuvre est réalisée en trompe l'oeil avec la main de l'artiste sur une fausse toile tendue.

10. Liens et téléchargements

- Pour plus de renseignements me contacter "ici".
- Télécharger le logiciel "AnamorphMe.exe".
- Télécharger la règle de report.
- Télécharger le fascicule de cet exposé au format "pdf"
- lien de la page de ce fascicule au format "html"

- Voir une vidéo de l'artiste sur les anamorphoses.